Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra Lineare e Analisi 2
27-1-2017

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	A	D	A	A	C	A	C	A
II								
III								
IV								

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 (4 pt) Determinare se la matrice $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ è combinazione lineare delle matrici $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

Sugg: l'esercizio si trasforma facilmente in un sistema lineare. Il sistema lineare associato non ha soluzioni, per cui la risposta è no.

ESERCIZIO 2 (6 pt) Sia A una matrice 2×2 tale che $AB = BA$ per ogni matrice B dello stesso tipo (2×2)**.** Si dimostri che A è diagonale.

Suggerimento: provare a moltiplicare a destra e sinistra per varie matrici semplici, tipo $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ e vedere cosa serve per avere la commutatività.

R: Se $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ allora $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 0 \\ d & 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix}$, da cui $a = d$ e $b = 0$. Moltiplicando per $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$...

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1.[6] Si consideri la funzione $f(x, y) = -x^3 + -y^3 + 4xy$

1. [2] si trovino e si classifichino i punti critici di f.

   -Calcolando il gradiente e l'Hessiano si trovano due punti critici, una sella nell origine e un massimo locale nel quadrante positivo.

2. [1] Si trovino il sup e l'inf dei valori assunti dalla funzione su $\mathbb{R}^2$e si dica se questi sono massimi o minimi.

   -Ponendo $x = 0$ si vede subito che i valori assunti dalla funzione variano da $-\infty$ a $+\infty$.

3. [1]Si trovino il sup e l'inf dei valori assunti dalla funzione su $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ e si dica se questi sono massimi o minimi.

   -Questo punto è più complesso: siccome per x o y grande la funzione tende a $-\infty$ (verificare e precisare), ovviamente l' "inf" sarà $-\infty$ e il sup dovrà essere un massimo locale, che può essere all interno del quadrante o sul bordo. Non può essere sul bordo perché li la funzione assume valori ≤ 0 e quindi l'unica opzione che resta è che sia un punto all interno e quindi un punto critico. L'unico è quello trovato prima, che sarà quindi il massimo valore assunto nel quadrante.

4. [1.5]* Si consideri la curva γ_h individuata dall equazione $f(x, y) = h$. Si consideri l'insieme H dei valori di h per cui la curva ha qualche punto avente entrambe le coordinate positive

   $$H = \{h \in \mathbb{R} \ t.c. \ \gamma_h \cap \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \neq \emptyset\}$$

   e si calcoli $\sup H$.

5. [1.5]* Posto $h_0 := \sup H$, dire se la curva γ_{h_0} è regolare. Fare un disegno approssimativo della parte di curva γ_{h_0} contenuta in $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$.

   -Una volta capito il comportamento della funzione nel quadrante positivo queste domande sono immediate. Il massimo valore per cui c'è intersezione è il massimo valore assunto dalla funzione, e ovviamente l'intersezione è un punto.

ESERCIZIO 2.[3]
Calcolare l'integrale $\int\int_D xy^2 dxdy$ dove $D = \{(x, y)|0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$
R:$\frac{2}{3}$, molto semplice