

**Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra
Lineare e Analisi 2**

8-11-2016

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	D	C	A	C	C	B	C/D	B
II	D	B	B	C	C	B	C/D	B
III	D	B	A	D	C	B	C/D	B
IV	A	B	A	A	C	B	C/D	B

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 (6 pt)

- Sia $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione tale che per ogni $v \in \mathbb{R}^3$, $v \neq 0$ si ha $(v, Av) > 0$.

1. E' vero che in questo caso A è necessariamente invertibile? (giustificare la risposta)

R: Si. Se A non fosse invertibile ci sarebbe v tale che $Av = 0$ e quindi $(v, Av) = (v, 0) = 0$

2. E' vero che in questo caso A ha necessariamente tutti gli autovalori diversi?(giustificare la risposta)

R: No. Per esempio per l'applicazione identità $(v, Id(v)) > 0$ e gli autovalori sono tutti uguali.

3. l'applicazione A associata alla matrice $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, è tale che $(v, Av) > 0$?(giustificare la risposta)

R:Si, la matrice è simmetrica, gli autovalori sono 1, 3, quindi...(vedere la teoria)

• ESERCIZIO 2 (3 pt)

Si consideri l'insieme $P_2(t)$ dei polinomi (reali) in t aventi grado minore o uguale a 2 con la base $\{1, t, t^2\}$.

Si consideri $A : P_2(t) \rightarrow P_2(t)$ tale che

$$A(p) = t^2 p(0)$$

- A è una applicazione lineare? (spiegare la risposta data)
- Trovare $\ker(A)$

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1.[3]

Si consideri la funzione $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} y^2 + x^2 \\ x + y \end{pmatrix}$$

1. [1+eventuali] f è una funzione continua? è differenziabile in tutti i punti? è differenziabile in $(0, 0)$?

R:Si, soliti discorsi.

2. [1] Si calcoli la matrice che rappresenta il differenziale di f in (x, y) ?

R: $\begin{pmatrix} 2x & 2y \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

3. [1] In quali punti (x, y) il differenziale è invertibile?

ESERCIZIO 2.[5]

Calcolare

$$\int \int_D (x^2 + y) dx dy$$

dove D è la parte di corona circolare delimitata da $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ appartenente al semipiano $x \geq 0$.