Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra Lineare e Analisi 2
8-9-2016

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	D	D	A	D	C	A	A	B
II	C	D	B	A	B	A	C	A
III								
IV								

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 (4 pt) Sia A una una matrice avente il solo autovalore 1.

- Si dimostri che A rappresenta un' applicazione lineare invertibile.
- Si dimostri che se $A^5 = A^4$ allora A è la matrice identità.

  R: Se A non fosse invertibile $Av = 0$ per qualche $v \neq 0$. E zero sarebbe anche lui un autovalore. Se A è invertibile, anche A^4 lo è. Quindi moltiplicando per A^{-1} ambo i membri di $A^5 = A^4$ per A^4 si ha $A = Id$.

ESERCIZIO 2 (4 pt)
Si consideri il piano $\gamma \subseteq \mathbb{R}^3$ di equazione $3x + 3y = 0$.

- E' γ un sottospazio vettoriale?
- Si trovi una retta α che sia ortogonale a questo piano.
- E' vero che $\gamma \oplus \alpha = \mathbb{R}^3$?

  Giustificare bene le risposte date.

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1.[5]

Si consideri la funzione $f : \{x, y \in [-\pi, \pi], y \geq x\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \int_x^y \sin t \; dt$$

1. [2] f è una funzione continua? i quali punti del dominio è differenziabile? (spiegare bene)

   (cenno) La funzione è continua . E' differenziabile perché le derivate parziali esistono e sono comtinue per il teorema fondamentale del calcolo integrale.

2. [2] Ci sono punti critici nel dominio? massimi, minimi assoluti o relativi, selle?

(cenno) Considerando la funzione ristretta all' asse delle x e poi all asse delle y si vede che l'origine è una sella. Essendo la funzione continua ci sono chiaramente massimi e minimi nel dominio che è compatto. Il massimo è $\int_0^\pi \sin t \; dt = 2$ il minimo è $\int_{-\pi}^0 \sin t \; dt = -2$.

ESERCIZIO 2. [3]

Calcolare il flusso $C = \int_{\partial D} F \cdot n$, dove

$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ z \end{pmatrix}$ e $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 < z < 1\}$.

R:$C = \int_D divF \; dxdydz = \int_D 2x + 2y + 1 \; dxdydz = \int_{\{x^2+y^2<1\}} \int_{x^2+y^2}^1 2x + 2y + 1 \; dz \; dxdy = \int_{\{x^2+y^2<1\}} (1 - x^2 - y^2) \; 2x + 2y + 1 \; dxdy$

$= \int_0^{2\pi} [\int_0^1 (1 - r^2)(2r \cos\alpha + 2r \sin\alpha + 1) r \; dr \;] d\alpha = \frac{\pi}{2}$.