Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra Lineare e Analisi 2
27-6-2016

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	A	D	C	C	A	C	C	D		
II	D	D	A	C	A	A	C	D		
III	D	C	C	C	A	B	C	B		
IV										

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 (4 pt)

In $\mathbb{R}^4$si considerino i vettori $v_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{vmatrix}, v_2 = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}, v_3 = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \\ 5 \end{vmatrix}, v_4 = \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{vmatrix}$

Si considerino $H = span(v_1, v_2)$, $K = span(v_3, v_4)$.

- Si determini la dimensione di $H + K$ ed una sua base. Si dica se questi formano una somma diretta.
- Si determini la dimensione di $H \cap K$ e si determini una sua base

ESERCIZIO 2 (3 pt)

Sia $A \in M_{n,n}$ una matrice di rango $r \leq n$. Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere giustificando la risposta:

1. Se esiste $b \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = b$ ammette più di una soluzione allora esiste $c \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = c$ non ha soluzione.
2. Se esiste $c \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = c$ non ha soluzione allora esiste $b \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = b$ ammette più di una soluzione.
3. Se esiste $b \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = b$ ammette più di una soluzione, allora per ogni $c \in \mathbb{R}^n$, il sistema $Ax = c$ ammette più di una soluzione.
4. Se esiste $b \in \mathbb{R}^n$ per cui il sistema $Ax = b$ ammette una unica soluzione, allora per ogni $c \in \mathbb{R}^n$, il sistema $Ax = c$ ammette una unica soluzione.

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 Si consideri la funzione$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $f(x,y)=\max(|x|,y^2)$

1. [2] In quali punti la funzione è continua e differenziabile? nell'origine ci sono direzioni per cui la derivata direzionale esiste?
2. [1] La funzione è limitata? ci sono massimi o minimi locali?
3. [1] Si considerino le curve di livello γ_h individuate dall' equazione $f(x,y)=h$.Per quali $h>0$, γ_h può essere parametrizzato come una curva regolare?
4. [1] Per quali h, γ_h è un insieme limitato?
5. [2] Si calcoli
$$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(x,y)dxdy$$

ESERCIZIO 2

[4] Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $f(x,y)=\max(|x|,y^2)$ di cui sopra, ed il campo ∇f, definito in $C\subseteq\mathbb{R}^2$ dove C è il luogo dei punti dove la funzione f è differenziabile.

1. Si scelga una curva γ tale che $\gamma\cap C\neq\emptyset$ e si calcoli il lavoro fatto dal campo lungo questa curva.
2. Ci sono curve in $\mathbb{R}^2$ per le quali non ha senso calcolare il lavoro fatto dal campo?
3. E' vero che per tutte le curve chiuse, la circuitazione di questo campo è 0?si discuta brevemente la questione.