Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2018/2019

Prova scritta del 14 /2/2019
TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome)	MARCO (Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Sia $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$: $z =$ $\boxed{4 \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}}$

- Sia $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Scrivere z^3 nella rappresentazione cartesiana : $z =$ $\boxed{i64}$

- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \; : \; x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \right\} , \; Z = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle . \quad \text{Allora} \quad \mathbb{R}^3 = W \bigoplus Z$$

vero | ~~falso~~

- Determinare una base di $W \cap Z$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

- $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \mathrm{rg}(A) = \boxed{3} \qquad \dim(Ker(l_A)) = \boxed{3}$$

- $$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \boxed{-1}$$

- $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile ~~vero~~ | falso

- $$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

- $$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \implies A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

14-2-2019

(1) $\begin{cases} z^4 + 64z = 0 \\ |z - 2i| \geq |z| \end{cases}$

1ª eq: $z_0 = 0$

$z_1 = 2 + i2\sqrt{3}$

$z_3 = -4$

$z_4 = 2 - i2\sqrt{3}$

2ª eq: $\Leftrightarrow$ $y \leq 1$

<u>Sol</u>: z_0, z_3, z_4

2

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & t & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad 4 \times 3 \qquad rg \leq 3$$

i) $t \neq 2 \quad \begin{cases} rg = 3 \\ \dim \operatorname{Ker} = 0 \end{cases}$

$t = 2 \quad \begin{cases} rg = 2 \\ \dim \operatorname{Ker} = 1 \end{cases}$

ii) $$(A_t | b) = \begin{pmatrix} 2 & t & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & t \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad 4 \times 4$$

$$\det(A_t | b) = -2t^2 + 6t - 4$$

RADICI : 1, 2

$t \neq 1, 2 \qquad rg(A_t | b) = 4 > 3 \geq rg(A)$

$\Rightarrow$ non $\exists$ SOL.

③

$t=1$ $\quad rg(A|b) = rg(A) = 3$

$\Rightarrow \exists!$ sol.

$t=2$ $\quad rg(A|b) = 3 > 2 = rg(A)$

$\Rightarrow$ non $\exists$ sol.

---

iii) $\quad Im(f_{A_t}) = <$ colonne di $A >$

$Im(f_{A_t}) \oplus W = \mathbb{R}^4$

$\Updownarrow$

$$\det \begin{pmatrix} 2 & t & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \neq 0$$

$\Updownarrow$

$t \neq 2$

④

③ $\mathrm{Im}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$

$$A^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

---

④ $$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$p_A(\lambda) = \lambda^3(\lambda - 1)$$

AUTOVALORI:

0 m.a. $= 3$ m.g. $= 1$

1 m.a. $= 1$ m.g. $= 1$

AUTOSPAZI: $V_0 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

$V_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

A triang.^{le}

A non è diag.^{le}