Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2018/2019

Prova scritta del 14 /2/2019

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Sia $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$: $z =$

- Sia $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Scrivere z^3 nella rappresentazione cartesiana : $z =$

- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\} , \ Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle . \quad \text{Allora} \quad \mathbb{R}^3 = W \bigoplus Z$$

vero | falso

- Determinare una base di $W \cap Z$

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \text{rg}(A) =$ $\qquad \dim(Ker(l_A)) =$

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

- $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile vero | falso

- $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

- $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} , B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \implies A \cdot B^t = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 + 64z = 0 \\ |z - 2i| \geq |z| \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6] Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & t & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $\mathcal{L}_{A_t}(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) Si consideri il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^4$: $W = \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$.

Determinare per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^4 = W \bigoplus Im(\mathcal{L}_{A_t})$.

Esercizio 3. [punteggio: 0-3] Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che

$$Im(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle; \qquad f^2 = 0$$

Si determini una matrice $A \in \mathcal{M}at(2 \times 2; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6] Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A.

(iii) Si dica se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.