Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2018/2019

Prova scritta del 29 /1/2019
TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- $z = \sqrt{3} + i \quad \Longrightarrow \quad z^3 =$ $\boxed{}$
- Sia $z = 4 \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}$. Scrivere z nella rappresentazione cartesiana $z = x + iy$: $z =$ $\boxed{}$
- Sia Z il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^3$: $Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$. Determinare una rappresentazione intrinseca di Z :
- $A= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Longrightarrow \mathcal{L}_A$ è iniettiva | vero | falso |
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \Longrightarrow$ $\mathrm{rg}(A) =$ $\boxed{}$ $\dim(Ker(l_A)) =$ $\boxed{}$
- $\det \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$ $\boxed{}$
- $A= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow A$ è diagonalizzabile | vero | falso |
- Il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ è autovettore dell'applicazione lineare associata alla matrice (barrare la matrice giusta)

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \qquad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- Data $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto $(1, 3)$ della matrice A^{-1} : $\boxed{}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-5]
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z-2i)^3 = -27i \\ |z-1| \geq |z| \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6] Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t \\ t & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $\mathcal{L}_{A_t}(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 1$, determinare tutte le soluzioni del sistema $\mathcal{L}_{A_t}(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3] Sia A la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

Si determini una matrice $B \in \mathcal{M}at(2 \times 2; \mathbb{R})$ non identicamente nulla tale che $A \cdot B = 0$ (matrice nulla).

Esercizio 4. [punteggio: 0-7] Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A.

(iii) Si dica se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

(iv) Si calcoli A^2 e si dica se A^2 è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.