Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2016/2017

Corso di laurea in Ingegneria [ ]

Prova scritta del 09 / 01 / 2018

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• $z = 3i \implies z^3 =$ [ ] • $z = 3 - 4i$, $w = 2 - i \implies Re(z \cdot w) =$ [ ]

• Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \} \ , \ Z = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle \ .$$

Determinare una base di $W \cap Z$: [ ]

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \implies \dim(Ker(l_A)) =$ [ ] $\mathrm{rg}(A) =$ [ ]

• $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$ [ ] • $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \implies m.g.(4) =$ [ ]

• Il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore dell'applicazione lineare associata alla matrice (barrare la matrice giusta)

$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

• Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ lineare. Sapendo che $f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, allora $f \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [**punteggio: 0-6**] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{\pi z} = -e^{\pi} \\ |z-(1-5i)| \leq 4 \end{cases}$$

Esercizio 2. [**punteggio: 0-6**] Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ 1 & 2 & t \\ t & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 4$, determinare tutte le soluzioni del sistema $f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [**punteggio: 0-3**] Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che

$$Im(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \rangle; \; Ker(f) = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad x_1 - 2x_2 = 0 \}$$

Si determini una matrice $A \in \mathcal{M}at(2 \times 2; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [**punteggio: 0-6**] Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A.

(iii) Si dica se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.