Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2016/2017

Corso di laurea in Ingegneria

Prova scritta del 20 / 12 / 2017

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- $z = \sqrt{3} - i \implies z^3 =$ ☐ • $z = -2 - 5i \implies z^{-1} =$ ☐
- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \right\} , \ Z = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Determinare una base di $W \cap Z$: ☐

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \implies \mathrm{rg}(A) =$ ☐ $\dim(Ker(\mathcal{L}_A)) =$ ☐
- $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$ ☐ • $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies m.g.(6) =$ ☐
- $A= \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è triangolarizzabile (su $\mathbb{R}$) | vero | falso |
- Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto $(2,3)$ della matrice A^{-1} : ☐
- Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ lineare. Sapendo che $f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, f \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$, allora $f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = |z|^3 \\ |e^{iz}| = e^3 \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6] Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ t & t & 4 \\ 0 & 2 & t \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

(iii) Si consideri il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^3$: $W = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \rangle$.

Determinare per quali valori di t si ha $W \bigoplus Im(f_t) = \mathbb{R}^3$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3] Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare tale che

$$Im(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle; \qquad f^2 = 0$$

Si determini una matrice $A \in \mathcal{M}at(3 \times 3; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6] Si consideri la matrice A

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A.

(iii) Si dica se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.