

Corso di laurea in Ingegneria

Prova scritta del 07/02/2017

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• Calcolare i^{126} : • $z = 3 + 2i$, $w = 2 - i \implies \operatorname{Re}(z \cdot w) =$

• Dati W e Z i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \right\}, Z = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \right\}$$

(i) $\dim(W + Z) =$

(ii) Determinare una base di $W \cap Z$:

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \implies \operatorname{rg}(A) =$ $\dim(\operatorname{Ker}(\mathcal{L}_A)) =$

• $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$ • $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \implies m.g.(1) =$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \implies A$ è triangolarizzabile (su \mathbb{R}) vero falso

• Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto (1,3) della matrice A^{-1} :

• Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineare. Sapendo che $f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$, allora $f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 = |z|^2 \bar{z}^2 \\ |e^z| = e^2 \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ t & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(\text{Im}(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 2$ determinare un sottospazio $W \subset \mathbb{R}^4$ tale che $\mathbb{R}^4 = \text{Im}(\mathcal{L}_{A_2}) \oplus W$.

Esercizio 3. [punteggio: 0-3] Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che

$$\text{Im}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle; \quad f^2 = 0$$

Si determini una matrice $A \in \text{Mat}(2 \times 2; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6] Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino gli autovettori di A .
- (iii) Si dica se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.