Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2014/2015
Prova scritta del 18/12/2014
TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- $z = 2 - 4i \implies z^{-1} =$ ☐
- $z = 2 - 4i$, $w = 1 - 3i \implies Re(z \cdot w) =$ ☐
- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:
  $W = \{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;:\; x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$, $Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$. Allora $\mathbb{R}^3 = W + Z$ vero | falso
  Determinare una base di $W \cap Z$:
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \implies \dim(Ker(l_A)) =$ ☐
- Le soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ costituiscono uno spazio affine di dimensione = ☐
- $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 8 & 0 \end{pmatrix} =$ ☐
- $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile vero | falso
- Il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ è autovettore dell'applicazione lineare associata alla matrice (barrare la matrice giusta)

  $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ $A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \implies A \cdot B^t = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z+2i)^3 = -2(\overline{z}-2i) \\ |e^{iz}| = e^3 \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -3 \\ t & 1 & -1 \\ 0 & 4 & t \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$

determinare per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^3 = Im(f_t) \bigoplus W$.

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$Im(f) = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \}; \quad ker(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$$

Si determini una matrice $A \in \mathcal{M}at(3 \times 3; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6]

Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A.

(iii) Dire se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.