Ingegneria Gestionale - Elettronica - delle telecomunicazioni
Corso di Algebra Lineare e Analisi 2 - anno accademico 2010/2011

prova scritta del 9/2/2011
TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

Esercizio 1 Sia z_0 il numero complesso $-2\sqrt{3}+2i$.
i) Esprimere z_0 nella forma trigonometrica $\varrho \cdot e^{i\theta}$
ii) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z_0^3
iii) Disegnare nel piano di Gauss $\{z \in \mathbb{C} : \ |z - z_0| < 4\}$
iv) Dato $w_0 = 1 + 2i$ determinare $Re(z_0 \cdot w_0)$

Esercizio 2 Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, $W = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

i) determinare una base di W.
ii) Determinare un sottospazio vettoriale $V \subset \mathbb{R}^4$ tale che $\mathbb{R}^4 = V \bigoplus W$.

Esercizio 3 Sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ 1 & t & 1 \\ 3 & 2 & t \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $\begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ 1 & t & 1 \\ 3 & 2 & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Specificare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui la soluzione è unica e i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui lo spazio delle soluzioni ha dimensione ≥ 1.

Esercizio 4 Sia A la matrice $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$.

i) Risolvere il sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

ii) Determinare, tutte le matrici $B \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ tale che $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

Esercizio 5 Si consideri l'applicazione lineare$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \ f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \ f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

i) Si determini $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tale che $f = \mathcal{L}_{\mathcal{A}}$.
ii) Determinare la dimensione di $Ker(f)$ e la dimensione di $Im(f)$.
iii) Dimostrare che $A^2 = 0$.