Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 16/9/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 70 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (70 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

(i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : 2 \leq |z-4| \leq 3\}$

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z-4| < |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = |z|^2 \cdot \overline{z} \\ e^z = -e^{\pi} \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-4]

Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$,

$$W = \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare una base di W

(ii) Determinare un sottospazio Z di $\mathbb{R}^4$ tale che $W \bigoplus Z = \mathbb{R}^4$.

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 16/9/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 70 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (70 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t \\ t & 0 & t \\ t & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle \bigoplus Im(f_t) = \mathbb{R}^4$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-5]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -4 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Esiste una matrice B 4×4, $B \neq \mathbf{0}$, tale che $A \cdot B = \mathbf{Id}$ (dove $\mathbf{0}$ è la matrice nulla e $\mathbf{Id}$ é la matrice identità) ?

(ii) Esiste una matrice B 4×4, $B \neq \mathbf{0}$, tale che $A \cdot B = \mathbf{0}$ (dove $\mathbf{0}$ è la matrice nulla) ?