Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 15/7/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 70 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (70 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

Dato il numero complesso $z_0 = -4 + 4i$

(i) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z_0^{-1}

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z - z_0| = |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z-2i)^4 = -4 \\ e^{\pi \cdot z} = -\frac{1}{e^{\pi}} \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-5]

Sia W il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $w_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(i) Dimostrare che il vettore $v = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \in W$

(ii) Determinare l'equazione intrinseca di uno spazio $Z \subset \mathbb{R}^3$ di dimensione 2 tale che $W \cap Z = \langle v \rangle$

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 15/7/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 70 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (70 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ t & 1 & 5 \\ 1 & t & 5 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $\mathbb{R}^3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \bigoplus Im(f_t)$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]** Determinare per quali valori del parametro β la seguente matrice A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile

$$A = \begin{pmatrix} \beta & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$