Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2005/2006

Compitino n.1 7/11/2005

TEMPO A DISPOSIZIONE: 80 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$i^{15} = i$	☐	☐
$z = 2 + 2i \Longrightarrow \|z^4\| = 64$	☐	☐
$\forall z \in \mathbb{C}$ si ha $\overline{(z + 2i)} = \overline{z} + 2i$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, costituiscono una base di $\mathbb{R}^3$	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente dipendenti $\Rightarrow v_1$, v_2 sono linearmente dipendenti	☐	☐
Siano $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora : $\dim(\langle v_1, v_2, v_3 \rangle) = 2$	☐	☐

- Dato $z = 1 + 2i$, allora $z - 2\overline{z} =$ ☐

- Scrivere nella forma $\varrho \cdot e^{i\vartheta}$ il seguente numero complesso:

$z = -4 - i4 \Longrightarrow z =$ ☐

- Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $V = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \}$, determinare una base di V

☐

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1.[punteggio: 0-3]

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione $\quad e^z = 5 + i5\sqrt{3}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-5]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z+i)^3 = 4(\overline{z} - i) \\ |e^z| \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-5]

Dati W e Z i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle , \qquad Z = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle ,$$

Dimostare che $W = Z$.