Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2004/2005

prova scritta del 22-2-2005

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{3z} + e^{z+2} = 0 \\ i(\overline{z} - z) > 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & +3x_2 & -2x_3 \\ 2x_1 & +2x_2 & \\ -x_1 & & -x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$ e una di $Im(f)$.

(ii) Determinare per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ t \\ -1 \end{pmatrix}$

(iii) Sia W il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ definito dall'equazione

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \;:\; x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \right\}$$

Determinare, se esiste, un vettore $w \in \mathbb{R}^3$ tale che $w \in \Big[W \cap (Im(f)) \Big]$.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se $Ker(f) = Im(f)$.