Compitino n.2 21/12/2002

TEMPO A DISPOSIZIONE: 80 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 ; risposta sbagliata = -2

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^4$ surgettiva	☐	☐
Un sistema lineare di 3 equaz. in 2 incognite non ha mai soluzione	☐	☐
A matrice 3×3 a coeff. reali $\Rightarrow$ $\det(2A) = 8 \cdot \det(A)$	☐	☐
A matrice 4×4 a coeff. reali , $rk(A) = 3 \Rightarrow$ $\det(A) \neq 0$	☐	☐
v autovettore per $f \Rightarrow 2v$ è autovettore per f	☐	☐

- $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 \\ x_2 \\ x_1 + 3x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{matrice associata a } f \text{ rispetto alle basi canoniche di } \mathbb{R}^2 \text{ e } \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

- $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_1 + x_3 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dim(Kerf) = \boxed{\quad} \qquad \dim(Imf) = \boxed{\quad}$$

- Data $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore relativo all'autovalore -3 SE $\boxed{\quad}$

- $rk\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \boxed{\quad}$

- $\det\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \boxed{\quad}$

- $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \end{pmatrix}$

• **[punteggio: 0-6] Esercizio 1.** Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x_1 + 4x_2 + tx_3 \\ x_1 + tx_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini per quali valori di t f_t è iniettiva.

(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) Si determini per quali valori di t il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t

• **[punteggio: 0-5] Esercizio 2.** Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.