Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria _____ (Corso di Laurea)

prova scritta del 1-10-2002

_____ (Cognome) _____ (Nome) _____ (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{3z} = e^{z+2\pi} \\ |z - 6\pi i| \leq |z| \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & t \\ t & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.
(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.
(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.
(iii) Si determini un autovettore $v \in \mathbb{R}^3$ relativo ad f tale che $||v|| = 5$.