Esame di Algebra per Ingegneria Gestionale

Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria Informatica

prova scritta del 2-10-2001

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} (z-1)^4 = -4 \\ Re(z) \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare la dimensione di $ker(f)$ e $Im(f)$.
(ii) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f.
(iii) Dire se f è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y+3w \\ 2x-2y+3z \\ x+z+w \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$.
(ii) Si determinino, se esistono, le soluzioni del sistema

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(iii) Si determini un sottospazio $W \subset \mathbf{R}^4$ tale che $\mathbf{R}^4 = W \oplus Ker(f)$.

Esercizio 4.[Ingegneria Informatica] Si determini il M.C.D. del seguente insieme di numeri interi:

$$\{n^7 - n \mid 100 \leq n \leq 1000\}$$

Esercizio 5.[Ingegneria Informatica] Sia $V = \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti in $\mathbb{R}$ di grado ≤ 2 e sia $< \, , \, >: V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$ l' applicazione definita da

$$< p(x), q(x) > = \int_0^1 p'(x) \cdot q'(x) \; dx$$

(i) Dimostrare che $< \, , \, >$ è un prodotto scalare.
(ii) Rispetto alla base $\{1, x, x^2\}$ determinare la matrice associata a $< \, , \, >$.
(iii) Trovare una base ortogonale per $< \, , \, >$.