

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} z^3 + 9\bar{z} = 0 \\ |e^z| \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \beta & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

- (i) Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$ determinare la dimensione di $\ker(f_\beta)$ e $\text{Im}(f_\beta)$.
(ii) Per i valori di β per cui $\text{Ker}(f_\beta) \neq \{0\}$: si determinino gli autovalori di f_β .
(iii) Determinare, se esistono, i valori di β per i quali $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è autovettore di f_β .

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 4y + 2z \\ 3x - 8y + 5z \\ 3x - 4y + 4z \end{pmatrix}$$

- (i) Si determini una base di $\text{Ker}(f)$.
(ii) Si determinino, se esistono, le soluzioni dei sistemi

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (iii) Si determini un sottospazio $W \subset \mathbf{R}^3$ tale che $\mathbf{R}^3 = W \oplus \text{Ker}(f)$.

Esercizio 4.[Ingegneria Informatica] Si determinino le soluzioni intere del sistema

$$\begin{cases} 3^x \equiv 4 \pmod{7} \\ (x, 35) = 7 \end{cases}$$

Esercizio 5. [Ingegneria Informatica] Si determinino le possibili decomposizioni in cicli ed il numero totale delle permutazioni pari su 7 elementi che sono cubi.