

Esame di Geometria e Algebra  
Ingegneria Gestionale / Ingegneria Informatica  
prova scritta del 19-9-2000

**Esercizio 1.** (a) Si risolva nel campo complesso l'equazione

$$z^3 + z + iz = 0$$

(b) Per ciascuna delle soluzioni  $z$  di (a) risolvere l'equazione

$$e^w = z$$

**Esercizio 2.** Al variare del parametro reale  $\beta$  sia  $f_\beta : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & \beta & \beta \\ \beta & 1 & (1-\beta) \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di  $\beta \in \mathbf{R}$  determinare la dimensione di  $\ker(f_\beta)$  e  $\text{Im}(f_\beta)$ .

Per i valori di  $\beta$  per cui  $\ker(f_\beta) \neq \{0\}$

- (ii) determinare gli autovalori di  $f_\beta$ ;
- (iii) dire se esiste una base di autovettori.

**Esercizio 3.**

Sia  $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$  l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + w \\ x + y + z \\ 2x + y + z + w \\ y + z - w \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di  $\text{Ker}(f)$ .

(ii) Si determinino, se esistono, le soluzioni del sistema  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Si determini un sottospazio  $W \subset \mathbf{R}^4$  tale che  $\mathbf{R}^4 = W \oplus \text{Ker}(f)$ .

**Esercizio 4. [Ingegneria Informatica]**

Si determinino le soluzioni intere del sistema

$$\begin{cases} 2^x \equiv 14 \pmod{19} \\ 3x \equiv 7 \pmod{25} \end{cases}$$

**Esercizio 5. [Ingegneria Informatica]** Data la permutazione  $\rho \in \mathcal{S}_{11}$ 

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare la parità e l'ordine di  $\rho$
- (ii) Determinare il numero delle permutazioni  $\sigma \in \mathcal{S}_{11}$  tali che  $\sigma^2 = \rho$ .