Statistica I - A.A. 2017-2018

Prova scritta - 14 novembre 2017

Exercise 1 *(pt 8, $\sim$ 4+4) Il numero di pezzi in un certo magazzino varia di giorno in giorno; decidiamo di considerarlo una v.a., indicata nel seguito con N, gaussiana. Al termine di ogni giorno, prima che arrivino i rifornimenti, viene registrato il valore di N. Il caporeparto, dopo 50 giorni lavorativi, ha a disposizione un campione da cui calcola media e deviazione standard empirica, pari a 21,5 e 7,4.*

1. Il caporeparto vuole fare una previsione del numero di pezzi al termine della giornata di domani, e vuole esprimere questa previsione nella forma di un intervallo bilatero, centrato nella media empirica, intervallo in cui egli pensa che cada il valore del numero di pezzi rimarsti con probabilità 90%. Calcolare tale intervallo. Rappresentare inoltre la soluzione con un disegno.

2. La numerosità 50 è abbastanza elevata. Nonostante ciò, il caporeparto si chiede quanto sia buona la stima della numerosità media fornita dal numero 21,5. Che precisione ha tale stima, al 95%? Rappresentare inoltre la soluzione con un disegno.

Exercise 2 *(pt 6$\sim$ 3+3)*

1. Se X è una v.a. gaussiana di media 5 e varianza 8, calcolare la probabilità che X superi 3.

2. Trovare la costante C per cui la funzione $f(x) = C \exp(-|x-1|)$ sia una densità di probabilità; disegnarne il grafico.

1 Soluzioni

Esercizio 1.

1. L'ampiezza dell'intervallo di confidenza per la media di un campione di numerosità n è
$$\delta = \frac{\sigma q_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}.$$
Esaminare la grandezza N è come esaminare la media di un campione di numerosità uno, quindi l'ampiezza dell'intervallo di confidenza è
$$\delta = \sigma q_{1-\frac{\alpha}{2}}.$$
Nel nostro caso, $\alpha = 0.1$, $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95$, $q_{0.95} = 1.64$, quindi (approssimando σ con 7.4) $\delta = 7.4 \cdot 1.64 = 12.136$. L'intervallo richiesto è
$$[21.5 - 12.1, 21.5 + 12.1] = [9.4, 33.6].$$

2. In questo caso si usa la formula con $n = 50$ ed $\alpha = 0.05$, $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$, $q_{0.975} = 1.96$,
$$\delta = \frac{\sigma q_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \sim \frac{7.4 \cdot 1.96}{\sqrt{50}} = 2.051\,2.$$

Esercizio 2.

1.
$$\begin{aligned} P(X > 3) &= P\left(\frac{X-5}{\sqrt{8}} > \frac{3-5}{\sqrt{8}}\right) = 1 - P(Z \leq -0.707) \\ &= \Phi(0.707) = 0.7611. \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} C \exp(-|x-1|)\,dx \overset{y=x-1}{=} \int_{-\infty}^{\infty} C \exp(-|y|)\,dy \\ &= 2\int_{0}^{\infty} C \exp(-y)\,dy \\ &= -2C\left[\exp(-y)\right]_0^{\infty} = 2C \end{aligned}$$
quindi $C = \frac{1}{2}$.