COGNOME:

NOME:

MATR.:

Ingegneria Aerospaziale. Analisi Matematica 2. Compitino del ??? - PARTE A[1]

1. Scrivere l'enunciato del teorema del differenziale totale (2 p.)

2. La funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{x^2+4y^2} & \text{se } (\mathbf{x},y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

   è continua $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$;
   è differenziabile $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$.
   (1 p. per domanda).

3. Se $f(x,y) = xe^{2xy}$ si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato nel punto $(0,0)$ (2 p.):

[1]PUNTEGGIO MINIMO Voto A$\geq$ 4; Voto A+Voto B$\geq$ 10 Tempo: 1/2 ora per la parte A, 1 ora per la parte B

4. Se $g(x,y) = \begin{pmatrix} x^3 + 2y^3 \\ x^3 - y^3 \end{pmatrix}$, si calcoli la matrice jacobiana di g^{-1} nel punto $(3,0)$ (si dia per scontato che g^{-1} è ben definita) (2 p.):

5. Se f è una funzione di due variabili di classe $\mathcal{C}^1$ tale che $\dfrac{f}{\partial x}(1,1) = 1$ e $\dfrac{f}{\partial y}(1,1) = -1$ e se $g(x,y) := f(\cos(x-y), e^{2x+3y})$ si calcoli $\dfrac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ (2 p.):

1. Si consideri la funzione di due variabili $f(x, y) := e^{2xy-2} - x^2 - y^2$.

   (a) Si trovino tutti i punti stazionari di f e per ognuno di questi si dica se sono punti di massimo relativo/minimo relativo/sella (6p.).

   (b) Si trovino il massimo e il minimo di f sull'insieme $D := \{x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ (6p.)

2. Sia $P_0 := (2,3,2,-2)$ e siano

$$g(x,y,w,z) := \begin{pmatrix} 2xy + 3zw \\ 3xz + 2yw \end{pmatrix}, \qquad V := \{(x,y,w,z) \ : \ g(x,y,w,z) = (0,0)\}.$$

(a) Si verifichi che in un intorno di P_0 i punti di V si descrivono ricavando le w, z in termini delle x, y: esistono cioè $w(x,y)$ e $z(x,y)$ per cui, vicino a P_0, $V = \{(x,y,w(x,y),z(x,y)\}$ (4 p.).

(b) Si calcolino $\dfrac{\partial w}{\partial x}(2,3)$, $\dfrac{\partial w}{\partial y}(2,3)$, $\dfrac{\partial z}{\partial x}(2,3)$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}(2,3)$ (4 p.).

(c) Si verifichi che il teorema delle funzioni implicite non consente di ricavare y, z in termini di x, w (3p.).

(d) Si verifichi con un calcolo diretto che è effettivamente impossibile ricavare y, z in termini di x, w sul vincolo V (2 p.).