$$f(x) = 2x + \ln(|x^2 - 2x + 2|) - 2\ln(|x|)$$

DOMINIO $\quad x \neq 0$ e $x^2 - 2x + 2 \neq 0$. La seconda non ha soluzioni dato che $x^2 - 2x + 2$ ha $\Delta = 4 - 8 = -4 < 0$.

LIMITI $\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ (VINCE x sui logaritmi)

$$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$$

DERIVATA $\quad f'(x) = 2 + \dfrac{2x - 2}{x^2 - 2x + 2} - \dfrac{2}{x} =$

$$\frac{2}{x(x^2 - 2x + 2)} \left(x^3 - 2x^2 + 2x + x^2 - x - x^2 + 2x - 2 \right) = 2\,\frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 2}{x(x^2 - 2x + 2)}$$

NOTIAMO CHE IL NUMERATORE HA LA RADICE $x = 1$ $(1 - 2 + 3 - 2 = 0)$.
USANDO RUFFINI SI HA $x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = (x-1)(x^2 - x + 2)$. Si vede subito che $x^2 - x + 2$ ha $\Delta < 0$, per cui $x^2 - x + 2 > 0$ $\forall x$. Dunque

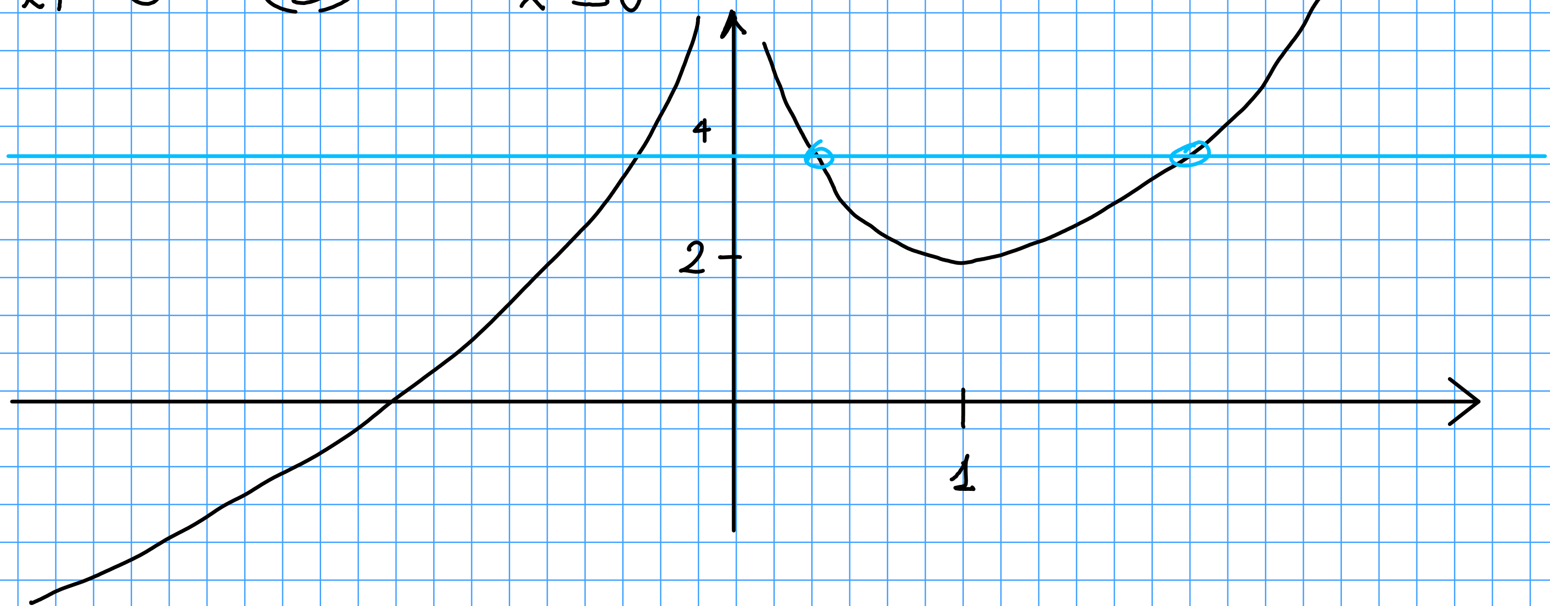
$$f'(x) = \underbrace{\frac{2(x^2 - x + 2)}{(x^2 - 2x + 2)}}_{>0} \frac{(x-1)}{x}.$$

Ne segue che

$f'(x) > 0 \iff x > 1$ o $x < 0$

$f(x) < 0 \iff 0 < x < 1$ $\Longrightarrow$ i grafici sono come sotto

$f'(x) = 0 \iff x = 0$



Notiamo che $f(1) = 2 \Rightarrow$ l'equazione $f(x) = 4$ HA DUE RADICI MAGGIORI DI ZERO