

**Analisi Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Civile**  
**Seconda prova in itinere del 23-05-2008**

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Siano date le superfici

$$\Sigma_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - 2yz = \frac{1}{4}\}$$

$$\Sigma_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1\}$$

e le forme differenziali

$$\omega = z \, dx \wedge dy$$

$$\mu = yz \, dz \wedge dx - xz \, dy \wedge dz$$

$$\nu = \frac{y-z}{(x-3)^2+(y-z)^2} \, dx + \left( y+z - \frac{x-3}{(x-3)^2+(y-z)^2} \right) \, dy + \left( y+z + \frac{x-3}{(x-3)^2+(y-z)^2} \right) \, dz$$

- 1) (4 punti) Far vedere che  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$  è una curva regolare;
- 2) (4 punti) scrivere l'equazione cartesiana della retta tangente a  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$  nel punto

$$P = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{4}\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{4}\vec{k}$$

- 3) (2 punti) determinare i domini delle forme differenziali;
- 4) (2 punti) dire quali delle forme differenziali sono chiuse;
- 5) (8 punti) dire quali delle forme differenziali sono esatte e calcolarne una primitiva;
- 6) (8 punti) calcolare l'integrale delle 2-forme differenziali sulla superficie  $\Sigma_2$ ;
- 7) (10 punti) calcolare l'integrale della 1-forma differenziale sulla curva  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 \cap \{z > 0\}$ .