

Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 31-1-2000

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

Buon Lavoro!

PRIMA PROVA (12 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = 2xy - x^2y + y$$

a) determinare i punti critici di f , i punti di minimo locale, di massimo locale e di sella

b) calcolare

$$\max_{(x,y) \in Q} f(x, y)$$

ove

$$Q = [0, 2] \times [0, 3]$$

SECONDA PROVA (14 punti) a) Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali

$$y'' - 2y' + 2y = 0$$

$$y'' - 2y' + 2y = 2\pi$$

$$y'' - 2y' + 2y = t$$

b) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = \max(2\pi, t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

c) Scrivere l'equazione $y'' - 2y' + 2y = 0$ come sistema $x' = Ax$ ($x \in \mathbf{R}^2$) e determinare la relativa matrice esponenziale.

d) Studiare la stabilità del punto $x = 0$ del sistema di equazioni $x' = Ax$.

TERZA PROVA (8 punti)

Si consideri la mappa $f : [0, \infty] \rightarrow [0, \infty]$ definita da

$$f(x) = \lambda + \sqrt{x}; \lambda \in [0, 1]$$

Determinare i punti fissi del sistema dinamico al variare di $\lambda \in [0, 1]$

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

Per $\lambda = 0$, determinare tutte le soluzioni periodiche