

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 30-01-2010

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (12 punti) Data la serie

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n}}{n^2}$$

- i) determinare l'insieme di convergenza uniforme;
- ii) dimostrare che esiste $S'(0)$ e determinarne il segno.

Esercizio 2. (10 punti) Data la curva (γ, r) in \mathbb{R}^2 di parametrizzazione

$$r(t) = (t \cos t) \vec{i} + (t \sin t) \vec{j} \quad t \in [0, \pi]$$

- i) calcolare

$$\int_{\gamma} \sqrt{x^2 + y^2} \mu_{(\gamma, r)}$$

dove $\mu_{(\gamma, r)}$ è la 1-forma associata alla curva (γ, r) per il calcolo della lunghezza;

- ii) calcolare

$$\int_{\partial+U} \left(\frac{y}{(x-2)^2 + y^2} \right) dx - \left(\frac{x-2}{(x-2)^2 + y^2} \right) dy$$

dove $U \subset \mathbb{R}^2$ è l'aperto delimitato da γ e dall'asse delle x .

Esercizio 3. (12 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1 \right\}$$

- i) trovare una parametrizzazione che rende Σ una superficie regolare;
- ii) scrivere l'equazione parametrica del piano tangente a Σ nel punto $P = (\frac{1}{2}, \sqrt{3}, 0)$;
- iii) trovare almeno un punto di Σ il cui piano tangente è ortogonale alla retta

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$