

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 28-06-2008

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (13 punti) Data la curva (γ, r) in \mathbb{R}^2 di parametrizzazione

$$r(t) = (2 + \cos t) \mathbf{i} + (2 \sin^2 t) \mathbf{j} \quad t \in [0, \pi]$$

sia $U \subset \mathbb{R}^2$ l'aperto delimitato da γ e dall'asse delle x .

- i) Usare il Teorema di Stokes per calcolare l'area di U ;
- ii) calcolare

$$\int_{\partial+U} \left(\frac{xy^2}{1+x^2y^2} + y \right) dx + \left(\frac{x^2y}{1+x^2y^2} + x \right) dy$$

- iii) calcolare

$$\int_{\partial+U} \left(\frac{y-1}{(x-1)^2 + (y-1)^2} \right) dx - \left(\frac{x-1}{(x-1)^2 + (y-1)^2} \right) dy$$

Esercizio 2. (11 punti) Data la superficie (Σ, r) in \mathbb{R}^3 di parametrizzazione

$$r : K \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad r(u, v) = (u^2 + v^2) \mathbf{i} + (2uv) \mathbf{j} + (u - v) \mathbf{k}$$

dove $K = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : u \geq 0, v \geq 0, u + v \leq 3\}$

- i) dire se Σ è regolare;
- ii) scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ nel punto $P = (2, 2, 0)$;
- iii) calcolare

$$\int_{\Sigma} dx \wedge dy + z dz \wedge dx$$

Esercizio 3. (6 punti) Calcolare

$$\int_1^3 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{n-1}}{(n-1)!} \right) dx$$