

**Analisi Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Civile**  
**Compito del 25-07-2009**

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

**Esercizio 1. (13 punti)** Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{x^{2n}}{(x+1)^n} \quad x > -1$$

- i) determinare l'insieme  $I_{cp}$  di convergenza puntuale;
- ii) dire se la funzione somma  $S(x)$  è continua su  $I_{cp}$ ;
- iii) calcolare  $S\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$ .

**Esercizio 2. (10 punti)** Dati gli insiemi

$$\Sigma_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^4 - 1 = 0\}$$

$$\Sigma_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - (z+1)^2 = 0, z \geq -1\}$$

- i) trovare le parametrizzazioni che rendono  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$  superfici regolari;
- ii) dire se esistono i piani tangenti a  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$  nel punto  $P = (0, 0, -1)$  e, in caso affermativo, scriverne l'equazione cartesiana.

**Esercizio 3. (12 punti)** Dire quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse ed esatte, e scrivere una primitiva per quelle esatte:

$$\omega_1 = x dx + \left(\frac{y-1-z}{(y-1)^2+z^2}\right) dy + \left(\frac{y-1+z}{(y-1)^2+z^2}\right) dz$$

$$\omega_2 = \left(-\frac{2x}{(x^2+y^2)^2} e^{\frac{1}{x^2+y^2}}\right) dx + \left(-\frac{2y}{(x^2+y^2)^2} e^{\frac{1}{x^2+y^2}}\right) dy + z dz$$

$$\omega_3 = \left(\frac{2y}{(1+y^2)^2}\right) dx \wedge dy + \left(\frac{2z}{(1+z^2)^2}\right) dy \wedge dz$$