

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 24-11-2008

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (10 punti) Studiare la convergenza uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2(1+x)^n} \quad x > -1$$

Esercizio 2. (11 punti) Date le 1-forme

$$\omega_1 = \left(-\frac{y-2}{(x-2)^2 + (y-2)^2} \right) dx + \left(\frac{x-2}{(x-2)^2 + (y-2)^2} \right) dy$$

$$\omega_2 = (e^{x+y} + y) dx + (e^{x+y}) dy$$

$$\omega_3 = (y \cos(xy)) dx + (x \cos(xy)) dy$$

e dato $U \subset \mathbb{R}^2$ l'aperto delimitato dal triangolo di vertici $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 5)$

- i) dire se le forme sono chiuse, se sono esatte e in caso affermativo determinarne una primitiva;
- ii) calcolare l'integrale delle forme lungo il bordo di U .

Esercizio 3. (11 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0\}$$

- i) dire se Σ è una superficie regolare e calcolarne l'area;
- ii) dire se l'intersezione $\gamma := \Sigma \cap \{y - z + 1 = 0\}$ è una curva regolare e in tal caso scrivere l'equazione parametrica della retta tangente a γ nel punto $P = (1, 0, 1)$;
- iii) calcolare

$$\int_{\gamma} \left(\frac{z}{(x-10)^2 + z^2} dx + \log(7+y) dy - \frac{x-10}{(x-10)^2 + z^2} dz \right)$$