

**Analisi Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Civile**  
**Compito del 20-02-2010**

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

**Esercizio 1. (10 punti)** Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx^2} \cos(nx)$$

- i) studiare la convergenza totale sugli intervalli  $(-2\pi, +2\pi)$  e  $(+2\pi, +\infty)$ ;
- ii) cosa si può dire sulla convergenza uniforme su  $(-2\pi, +2\pi)$ ?

**Esercizio 2. (10 punti)** Dato l'insieme

$$\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + x + y^3 = 1\}$$

- i) dire se è una curva regolare;
- ii) scrivere l'equazione cartesiana della retta tangente a  $\gamma$  nel punto  $P = (-1, 1)$ ;
- iii) scrivere l'equazione cartesiana della retta ortogonale alla retta del punto ii) e passante per  $P = (-1, 1)$ .

**Esercizio 3. (10 punti)** Data la coppia  $(\Sigma, r)$  in  $\mathbb{R}^3$  con parametrizzazione

$$r : K \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad r(u, v) = (1 - u^2 - v^2) \mathbf{i} + (u^2) \mathbf{j} + (u^2 + 2v) \mathbf{k}$$

dove  $K = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u^2 + v^2 \leq 1, u \geq 0\}$ ,

- i) dire se  $\Sigma = r(K)$  è una superficie regolare;
- ii) scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a  $\Sigma$  nel punto  $P = r(\frac{1}{2}, 0)$ ;
- iii) calcolare

$$\int_{(\Sigma, r)} \frac{z-y}{2\sqrt{y}} dx \wedge dy + \sqrt{y} dy \wedge dz$$