

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 19-07-2008

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (10 punti) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \log \left(1 - \frac{x^2}{n^2} + \frac{x}{n} \right), \quad n \geq 1$$

- i) determinare l'intervallo D in cui sono definite tutte le f_n ;
- ii) studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione $\{f_n\}$ su D .

Esercizio 2. (10 punti) Data la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^5 - y^2 - z^2 = 0\}$$

- i) scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ nel punto $P = (1, 0, 1)$;
- ii) dire se l'intersezione di Σ con il piano $\{5x - 2y = 3\}$ determina una curva regolare;
- iii) calcolare

$$\int_{\Sigma \cap \{x \leq 2\}} \frac{1}{1 + y^2 + z^2} dy \wedge dz$$

Esercizio 3. (14 punti) Dato il campo di vettori

$$A = \left(\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + y^2} \right) X + \left(\log(x^2 + y^2) - \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right) Y + Z$$

- i) dire se è irrotazionale;
- ii) dire se è conservativo;
- iii) calcolare il lavoro di A lungo la curva (γ, r) di parametrizzazione

$$r(t) = (1 + t^3) \vec{i} + (t^3) \vec{j} + (-8 \log(1 + 9t^4)) \vec{k}, \quad t \in [0, 2]$$