

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 07-06-2008

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (12 punti) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{1 + \frac{x}{1 + nx^2}}; \quad x \geq 0$$

i) calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^2 f_n(x) dx$$

ii) per la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (f_n(x) - 1)^2$$

studiare la convergenza totale sugli intervalli $[0, +\infty)$ e $[1, +\infty)$.

Esercizio 2. (10 punti) Dato il campo di vettori

$$A = \frac{yz}{1 + (xyz)^2} X + \frac{xz}{1 + (xyz)^2} Y + \frac{xy}{1 + (xyz)^2} Z$$

- i) dire se è irrotazionale;
- ii) dire se è conservativo;
- iii) calcolare il lavoro di A lungo la curva (γ, r) di parametrizzazione

$$r(t) = (\sin t) \vec{i} + (1 - \cos t) \vec{j} + (\log(1 + t^2)) \vec{k}, \quad t \in [0, 4\pi]$$

Esercizio 3. (12 punti) Data la superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 + z^2 = 0\}$$

- i) scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente nel punto $P = (2, 2, 0)$;
- ii) calcolare l'area dell'insieme $S \cap \{0 \leq y \leq 5\}$;
- iii) calcolare il flusso attraverso $S \cap \{0 \leq y \leq 5\}$ del campo di vettori

$$A = (2x + y) X + x Y + 2z Z$$