Analisi Matematica II - Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 3–4-1996

-Prima di comimciare il compito scrivere cognome e nome su ogni foglio; i fogli senza nome saranno annullati.

-E' proibito parlare con gli altri candidati o copiare (ovvio, ma sempre bene ripeterlo!)

-I punti assegnati a ogni esercizio sono tra parantesi quadra

BUON LAVORO!.

PRIMA PROVA [10]

(i) Considerate le seguenti forme differenziali, si determinino le forme chiuse e quelle esatte:

$$\omega_1 = \frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\omega_2 = x\,dx \wedge dy + z\;dx \wedge dy$$

$$\omega_3 = x\,dx \wedge dy$$

$$\omega_4 = x\,dx \wedge dy + z\,dz \wedge dy$$

$$\omega_5 = xyz\,dx \wedge dy \wedge dz$$

$$\omega_6 = f(x, y, z)\,dx \wedge dy \wedge dz$$

ove $f(x, y, z)$ e una funzione di classe $\mathcal{C}^1$ definita in un aperto $\Omega \subset \mathbf{R}^3$.

(ii) Determinare almeno una primitive di $\omega_2, \omega_4, \omega_5$ qualora esista

(iii) Determinare tutte le primitive di ω_3.

SECONDA PROVA [11]

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y' = 1 + \int_0^x \frac{e^{-t}}{2 + t^2 y^2} dt$$

$$y(0) = 0$$

- Si determini se esiste una soluzione locale;
- Si determini se esiste la soluzione locale è estendibile su tutto $\mathbf{R}$;
- Si calcoli
$$\lim_{x \to +\infty} y(x)$$
- Si determini se $y(x)$ ha un punto di minimo locale;
- Si determini se $y(x)$ ristretta all'intervallo $[1, +\infty)$ è concava, convessa, o nessuna delle due cose.

- Si abbozzi il grafico della $y(x)$

TERZA PROVA [12]
Calcolare

$$\int_{\partial D} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, dm_2$$

ove

$$\mathbf{V} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4\right\}$$

e $\mathbf{n}$ denota la derivata normale esterna.