

CORSO: **Analisi Matematica**

ANNO ACCADEMICO: **2022-23**

DOCENTI: **Jacopo Bellazzini, Giovanni Alberti**

NUMERO DI ORE: **90**

CODICE ESAME: **787AA**

NUMERO DI CREDITI: **15**

CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Gestionale triennale (IGE-L)**

**Obiettivi formativi.** Al termine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa del calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una o più variabili, e delle equazioni differenziali lineari del primo e secondo ordine.

### **Programma del primo modulo – Analisi 1 [versione: 20 dicembre 2022].**

#### **1. FUNZIONI E GRAFICI**

- Richiamo delle nozioni di base di trigonometria. Coordinate polari di un punto nel piano.
- Funzioni elementari: funzioni lineari, potenze, esponenziali, logaritmo (in base  $e$ ), funzioni trigonometriche (seno, coseno, tangente), funzioni trigonometriche inverse.
- Funzioni: dominio, codominio, immagine, grafico; funzione inversa; funzioni pari e dispari.
- Operazioni sui grafici di funzioni. Risoluzione “grafica” di equazioni e disequazioni.

#### **2. LIMITI DI FUNZIONI E CONTINUITÀ**

- Limiti di funzioni; calcolo dei limiti elementari; forme indeterminate.
- Funzioni continue.

#### **3. DERIVATE**

- Derivata di una funzione. Significato geometrico come pendenza della retta tangente al grafico. Altre applicazioni del concetto di derivata: velocità (scalare e vettoriale) e accelerazione di un punto in movimento.
- Derivate delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle derivate.
- Funzioni asintoticamente equivalenti; trascurabilità di una funzione rispetto ad un'altra; notazione di Landau (“o piccolo” e “o grande”). Parte principale di una funzione all'infinito e in zero. Principio di sostituzione nel calcolo dei limiti e delle parti principali.
- Teorema di de l'Hôpital (senza dimostrazione). Confronto tra esponenziali, potenze e logaritmi all'infinito e in zero.
- Valore massimo e minimo di una funzione; punti di massimo e di minimo (assoluti e locali); estremo superiore ed inferiore dei valori di una funzione. Individuazione dei valori e dei punti di massimo e di minimo di una funzione definita su un'unione finita di intervalli (aperti o chiusi, limitati e non).
- Sviluppo di Taylor (in zero) di una funzione e Teorema di Taylor (con dimostrazione parziale). Sviluppi di Taylor di alcune funzioni fondamentali. Formula del binomio di Newton. Uso degli sviluppi di Taylor per il calcolo dei limiti e delle parti principali.
- Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy; dimostrazione (parziale) del teorema di de L'Hôpital; dimostrazione della formula di Lagrange nel teorema di Taylor.
- Funzioni crescenti e decrescenti; caratterizzazione in termini di segno della derivata. Funzioni convesse e concave; caratterizzazioni in termini di segno della derivata seconda. Applicazioni al disegno del grafico di una funzione.

#### **4. INTEGRALI**

- Definizione di integrale (definito) di una funzione su un intervallo in termini di area. Primitiva di una funzione e teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Calcolo delle primitive (integrali indefiniti) e degli integrali. Integrali delle funzioni razionali.

#### **5. EQUAZIONI DIFFERENZIALI**

- Equazioni differenziali del primo ordine: definizione e fatti generali. Risoluzione delle equazioni lineari e delle equazioni a variabili separabili.

- Equazioni differenziali del secondo ordine: definizione e fatti generali. Equazioni lineari del secondo ordine: struttura delle soluzioni, risoluzione nel caso omogeneo e a coefficienti costanti, ricerca della soluzione particolare per alcune classi di termini noti.

## Programma (essenziale) del secondo modulo – Analisi 2.

1. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI
  - Distanza e prodotto scalare in  $\mathbb{R}^d$ . Limiti e continuità per funzioni di più variabili.
  - Derivate parziali; derivate direzionali, gradiente. Funzioni differenziabili e Teorema del differenziale totale.
  - Derivate di ordine superiore, Teorema di Schwarz. forme quadratiche (semi-) definite positive/negative. Matrice Hessiana. Condizione sufficiente e condizione necessaria per essere un punto di massimo o minimo locale.
2. INTEGRALI IN PIÙ VARIABILI
  - Integrazione (secondo Riemann) di funzioni in più variabili; Teorema di Fubini.
  - Volume dei solidi di rotazione.
  - Formula di cambio di variabile; calcolo degli integrali in coordinate polari e sferiche.
3. INTEGRAZIONE SU CURVE E SUPERFICI
  - Curve: definizione ed esempi. Retta e versore tangente ad una curva in un punto.
  - Superfici: definizione ed esempi. Area di una superficie. Superfici di rotazione.
  - Campi di vettori nel piano e nello spazio: divergenza e rotore. Lavoro di un campo di vettori lungo una curva. Campi irrotazionali e campi conservativi.
  - Teorema di Gauss-Green, teorema della divergenza (nel piano e nello spazio).

**Prerequisiti.** Per il primo modulo del corso è richiesta una solida conoscenza delle parti *essenziali* del programma di matematica comune alla maggior parte delle scuole superiori. All'inizio del corso è previsto un veloce ripasso di alcuni argomenti fondamentali (grafici di funzioni, nozioni elementari di trigonometria, etc.).

**Testi di riferimento.** Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda quindi di frequentare le lezioni. Gli argomenti svolti nel corso sono comunque presentati, a diversi livelli di approfondimento, in tutti i libri di testo universitari per i corsi di base Analisi Matematica. Tra i vari testi in circolazione si segnalano:

- E. Acerbi, G. Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 1*. Pitagora, Bologna.
- E. Acerbi, G. Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 2*. Pitagora, Bologna.
- M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli: *Analisi matematica*. McGraw-Hill, Milano.
- E. Giusti: *Analisi Matematica 2*. Bollati Boringhieri, Torino.
- M. Ghisi, M. Gobbino: *Schede di analisi matematica* (Esculapio, Bologna, 2010).  
Quest'ultimo è un buon compendio delle nozioni fondamentali di Analisi 1, ma non sostituisce completamente un libro di testo per quanto riguarda la parte teorica del corso.

**Comunicazioni e materiale didattico.** Per tutte le comunicazioni riguardanti il corso viene utilizzato un team sulla piattaforma MS Teams dell'Università di Pisa ([link al team](#)). Il team viene anche usato per mettere a disposizione il materiale didattico del corso, i testi e gli scritti d'esame, e per i ricevimenti online.

**Struttura dell'esame.** L'esame del corso è diviso in due parti indipendenti, una per ogni modulo. Il voto finale è dato dalla media dei voti dei due esami.

### Avvertenza importante!

Sul portale esami l'iscrizione agli esami del primo modulo è diversa da quelli del secondo modulo.

**Struttura dell'esame del primo modulo.** L'esame del primo modulo è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta è a sua volta suddivisa in due parti: la prima consiste di 8 domande elementari a cui rispondere senza dare giustificazioni, mentre la seconda consiste di 3 esercizi a cui dare risposte articolata e motivata in dettaglio.

Il tempo a disposizione per la prima parte è un'ora, per la seconda due ore.

Per ottenere la sufficienza nella prima parte sono richieste di solito 5 risposte corrette, per la seconda è richiesta la soluzione completa di almeno un esercizio.

Per l'ammissione alla seconda parte è richiesta la sufficienza nella prima.

Durante lo scritto non è consentito l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici grafiche.

La prova orale serve a verificare la conoscenza della parte teorica del corso e la capacità di risolvere esercizi, e consiste quindi sia di domande teoriche che di esercizi elementari.

Per l'ammissione all'orale è richiesta la sufficienza nella seconda parte dello scritto.

L'orale va sostenuto nello stesso appello dello scritto.

Il voto delle prove scritte varia tra *non sufficiente* (NS), *quasi sufficiente* (QS), *sufficiente* (S), *discreto* (D), *buono* (B), *molto buono* (MB).

Di solito il voto finale viene stabilito durante l'orale all'interno della fascia di voti determinata dal risultato dello scritto: QS → 18–21, S → 18–24, D → 20–27, B → 23–30, MB → 26–30 e lode.

**Appelli del primo modulo.** In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra gennaio, febbraio, giugno, luglio e settembre; ogni studente può tentare di dare l'esame al più quattro volte nei sette appelli a disposizione (un appello si considera tentato se viene consegnata la prima parte dello scritto).

Sono inoltre previste due prove in itinere (compitini), una a metà corso e una all'inizio di gennaio, che sostituiscono la prova scritta; chi è ammesso all'orale con i compitini può scegliere in quale dei primi tre appelli fare l'orale.

Gli studenti interessati a sostenere l'esame del primo modulo in un dato appello sono tenuti ad iscriversi alla prova scritta sul portale esami ([link](#)). Per l'orale non è necessaria alcuna iscrizione.

**Struttura dell'esame del secondo modulo.** L'esame del secondo modulo è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta consiste di 5 esercizi a cui dare risposte articolata e motivata in dettaglio. La somma dei punti degli esercizi è pari a 30. Il tempo a disposizione è due ore.

Durante lo scritto è consentito l'uso di un formulario.

La prova orale serve a verificare la conoscenza della parte teorica del corso e la capacità di risolvere esercizi.

Per l'ammissione all'orale è richiesto aver ottenuto almeno 16 punti nello scritto.

L'orale va sostenuto nello stesso appello dello scritto.

**Appelli del secondo modulo.** In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra giugno, luglio, settembre, e poi gennaio e febbraio dell'anno successivo.

Gli studenti interessati a sostenere l'esame del secondo modulo in un dato appello sono tenuti ad iscriversi alla prova scritta sul portale esami ([link](#)). Per l'orale non è necessaria alcuna iscrizione.

**Esami dei corsi del vecchio ordinamento (istruzioni aggiornate).** Il vecchio ordinamento della laurea in Ingegneria Gestionale prevedeva i corsi di Analisi Matematica I (codice 158AA, 12 cfu) e di Analisi Matematica II (codice 159AA, 6 cfu).

Nel nuovo ordinamento della laurea in Ingegneria Gestionale, attivo a partire dall'anno accademico in corso (2022-23), questi due corsi sono sostituiti dal corso di Analisi Matematica (codice 787AA, 15 cfu). In particolare il *primo modulo* di questo corso corrisponde ad una versione ridotta di Analisi Matematica I, mentre il *secondo modulo* corrisponde esattamente ad Analisi Matematica II.

A partire dalla sessione estiva non verranno aperti ulteriori appelli di Analisi Matematica I. Gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare questo esame devono iscriversi agli appelli del *primo modulo* del corso di Analisi Matematica.

Poiché i programmi dei due corsi non sono uguali, alcuni degli esercizi dello scritto sono riservati agli studenti del vecchio ordinamento e altri agli studenti del nuovo.

A partire dalla sessione estiva non verranno aperti ulteriori appelli di Analisi Matematica II. Gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare questo esame devono iscriversi agli appelli del *secondo modulo* del corso di Analisi Matematica.

In questo caso i programmi dei due corsi coincidono, e quindi gli scritti sono gli stessi per gli studenti del vecchio e del nuovo ordinamento.

**Riassumendo:** gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare Analisi Matematica I devono iscriversi agli appelli del *primo modulo* di Analisi Matematica (codice 787AA).

Gli studenti che devono fare Analisi Matematica II devono iscriversi agli appelli del *secondo modulo* di Analisi Matematica (codice 787AA).

Attenzione: le iscrizioni agli appelli del primo modulo sono separate da quelle del secondo modulo. Iscrivetevi all'appello giusto!