

CORSO: **Analisi Matematica I**

DOCENTI: **Giovanni Alberti (titolare), Vincenzo M. Tortorelli**

CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Gestionale (primo livello, ex lege 270)**

COLLOCAZIONE: **primo semestre del primo anno**

CODICE ESAME: **004AA**

NUMERO DI CREDITI: **12**

NUMERO DI ORE: **120**

ANNO ACCADEMICO: **2013-14**

Obiettivi formativi. Alla fine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa del calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una variabile e delle equazioni differenziali lineari.

Programma del corso [versione: 15 dicembre 2013]

Sono riportati in corsivo gli argomenti non fondamentali.

1. FUNZIONI E GRAFICI

- 1.1 Richiamo delle nozioni di base di trigonometria.
- 1.2 Funzioni e grafici di funzioni: dominio di definizione, immagine, funzione inversa; funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni elementari: funzioni lineari, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche (seno, coseno, tangente) e funzioni trigonometriche inverse.
- 1.3 Operazioni sui grafici di funzioni. Interpretazione di equazioni e disequazioni in termini di grafici di funzioni.

2. LIMITI DI FUNZIONI E CONTINUITÀ

- 2.1 Limiti di funzioni e funzioni continue.
- 2.2 Proprietà elementari dei limiti. Forme indeterminate.

3. DERIVATE

- 3.1 Derivata di una funzione: definizione e significato geometrico. Interpretazioni fisiche: velocità e accelerazione.
- 3.2 Derivate delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle derivate.
- 3.3 Segno della derivata e monotonia. Segno della derivata seconda e convessità. Individuazione dei punti di massimo e di minimo di una funzione. Uso delle derivate per disegnare il grafico di una funzione.
- 3.4 Teoremi di de l'Hôpital. Confronto tra i comportamenti asintotici di esponenziali, potenze e logaritmi all'infinito e in zero.
- 3.5 Funzioni asintoticamente equivalenti (vicino ad un punto assegnato). Trascurabilità di una funzione rispetto ad un'altra. Notazione di Landau ("o piccolo" e "o grande"). Parte principale di una funzione (all'infinito e in zero).
- 3.6 Sviluppo di Taylor (in zero) di una funzione. Formula del binomio di Newton. Uso degli sviluppi di Taylor per il calcolo dei limiti e delle parti principali. *Il numero e . Giustificazione della formula $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ tramite gli sviluppi di Taylor.*

4. ALCUNI RISULTATI ASTRATTI

- 4.1 *Numeri interi, razionali e reali. Completezza dei numeri reali.*
- 4.2 Successioni e limiti di successioni. Collegamento con i limiti di funzioni.
- 4.3 *Esistenza del minimo e del massimo di una funzione continua su un intervallo chiuso (teorema di Weierstrass). Teorema di esistenza degli zeri.*
- 4.4 Teoremi di Lagrange e di Cauchy. *Dimostrazione della formula di Taylor con resto di Lagrange.*
- 4.5 Prime nozioni di calcolo combinatorio. Disposizioni con e senza ripetizioni, combinazioni, permutazioni.

5. INTEGRALI

- 5.1 Definizione dell'integrale definito di una funzione in termini di area del sottografico. Approssimazione dell'integrale tramite somme finite. Un'interpretazione fisica dell'integrale.
- 5.2 Primitiva di una funzione e prima versione del teorema fondamentale del calcolo integrale.

- 5.3 Primitive delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle primitive (integrali indefiniti) e degli integrali definiti.
- 5.4 Calcolo delle aree delle figure piane. Calcolo dei volumi delle figure solide, e dei solidi di rotazione in particolare.

6. INTEGRALI IMPROPRI E SERIE NUMERICHE

- 6.1 Integrali impropri semplici. Criterio del confronto e del confronto asintotico (per funzioni positive); criterio della convergenza assoluta (per funzioni a segno variabile).
- 6.2 Integrali impropri non semplici.
- 6.3 Serie. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi: criterio dell'integrale, del confronto, e del confronto asintotico. Esempi fondamentali: la serie geometrica ($\sum a^n$) e la serie armonica generalizzata ($\sum 1/n^a$). Criterio della convergenza assoluta per serie a segno variabile.

7. EQUAZIONI DIFFERENZIALI

- 7.1 Esempi di equazioni differenziali tratti dalla meccanica. Significato dei dati iniziali.
- 7.2 Equazioni lineari del primo ordine.
- 7.3 Equazioni a variabili separabili.
- 7.4 Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee e non omogenee. Calcolo della soluzione particolare per certe classi di termini noti.

Prerequisiti. Una solida conoscenza delle parti *essenziali* del programma di matematica comune alla maggior parte delle scuole superiori. All'inizio del corso è previsto un veloce ripasso di alcuni argomenti fondamentali (grafici di funzioni, nozioni elementari di trigonometria, etc.).

Mailing list e pagina web del corso. Le comunicazioni riguardanti corso ed esami vengono inviate per posta elettronica a chi si è iscritto alla mailing list del corso, e pubblicizzate sulla pagina web del docente: <http://www.dm.unipi.it/~alberti/>. Su tale pagina saranno disponibili i testi e le soluzioni delle varie prove d'esame.

Appelli ed esami. L'esame è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta consta di una prima parte con diverse domande elementari a cui rispondere in un'ora senza giustificare le risposte, ed una seconda con due o tre problemi a cui dare una soluzione articolata e motivata in dettaglio, avendo a disposizione circa due ore. Durante la prova scritta non è consentito l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici programmabili. Per l'ammissione alla prova orale è necessaria la sufficienza in entrambe le parti dello scritto; la prova orale va sostenuta nello stesso appello della prova scritta.

Durante il corso verranno svolte due prove in itinere (compitini) che sostituiscono la prova scritta del primo appello. In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra gennaio, febbraio, giugno, luglio e settembre), ma ogni studente può tentare l'esame solo quattro volte; un esame si considera tentato al momento della consegna della prima parte della prova scritta. Gli studenti interessati a sostenere la prova scritto di un dato appello sono pregati di iscriversi online (le istruzioni sono sulla alla pagina web indicata sopra); l'iscrizione alla prova orale non è necessaria.

Testi di riferimento. Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda quindi di frequentare le lezioni. Gli argomenti svolti nel corso sono comunque presenti, a diversi livelli di approfondimento, in tutti i libri di testo per il primo corso di Analisi Matematica a livello universitario; tra questi si segnalano i seguenti:

- Emilio Acerbi, Giuseppe Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 1: funzioni di una variabile* (Pitagora, Bologna, 2003).
- Alessandro Faedo, Luciano Modica: *Analisi I. Lezioni* (Unicopli, Milano, 1992);
- Marina Ghisi, Massimo Gobbino: *Schede di analisi matematica* (Esculapio, Bologna, 2010). Quest'ultimo è un buon compendio delle nozioni fondamentali, ma non sostituisce completamente un libro di testo per quanto riguarda la parte teorica del corso.

Esistono inoltre molti eserciziari, tutti più o meno equivalenti.