

CORSO: **Topologia e Analisi Complessa**

CORSO DI LAUREA: **Matematica**

ANNO ACCADEMICO: **2007/08**

SEMESTRE: **secondo**

LEZIONI: **Fabrizio Broglia**

ESERCITAZIONI: **Giovanni Alberti**

Finalità del corso. Alla fine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa dei seguenti argomenti: a) omotopia e gruppo fondamentale, b) funzioni oloedriche di una variabile complessa.

Prerequisiti. I corsi di Geometria Analitica e Algebra Lineare, Elementi di Analisi Matematica, Strutture algebriche, Geometria Proiettiva, Calcolo Differenziale.

Programma del corso.

OMOTOPIA E GRUPPO FONDAMENTALE.

Connessione per archi, cammini e operazioni fra cammini continui.

Omotopia tra funzioni continue, omotopia relativa, omotopia tra cammini.

Equivalenza omotopica; retratti e retratti di deformazione; spazi contraibili.

Il gruppo fondamentale di uno spazio topologico; ruolo del punto base.

Omomorfismi tra gruppi fondamentali indotti da applicazioni continue; invarianza per omotopia; il gruppo fondamentale di spazi omotopicamente equivalenti.

Il gruppo fondamentale di un prodotto.

Il gruppo fondamentale della circonferenza.

Rivestimenti; sollevamento di cammini; lemma di monodromia.

Il teorema di van Kampen (senza dimostrazione).

FUNZIONI OLOEDRICHE DI UNA VARIABILE COMPLESSA

L'algebra delle serie formali.

Serie convergenti; calcolo del raggio di convergenza; operazioni sulle serie convergenti; derivata di una serie convergente.

L'esponenziale complessa come rivestimento di \mathbb{C}^* .

Funzioni analitiche; analiticità della somma di una serie convergente; prolungamento analitico; funzioni meromorfe.

Forme differenziali e loro integrazione; forme chiuse e forme esatte; primitive lungo un cammino o lungo un'omotopia; la forma dz/z ; indice di un cammino chiuso.

Funzioni oloedriche; condizioni di Cauchy-Riemann; teorema del Dini per applicazioni di rango massimo; le funzioni oloedriche con derivata diversa da 0 come isomorfismi analitici locali.

Formula integrale di Cauchy; sviluppo in serie di una funzione oloedrica; formula e teorema di Cauchy per un compatto.

Il teorema della mappa aperta; principio del massimo; principio di simmetria.

Serie di Laurent; sviluppo di una funzione oloedrica in una corona; singolarità isolate; classificazione tramite limite e tramite serie; il teorema di Weierstrass per le singolarità essenziali;

La sfera di Riemann.

Il teorema dei residui.

Derivata logaritmica; comportamento attorno ad una radice multipla di una funzione oloedrica; teorema di Rouché.

Integrali calcolabili con il metodo dei residui.

Libri di testo.

C. Kosniowski: *Introduzione alla topologia algebrica*. Zanichelli, Bologna 1988.

H. Cartan: *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*. Hermann, Parigi 1962. (Traduzione inglese: *Elementary theory of analytic functions of one or several complex variables*. Addison-Wesley Publishing Company, 1963).