[versione: 31 maggio 2003]

corso: **Elementi di Analisi Matematica, I e II modulo**
corso di laurea: **Matematica**
anno accademico: **2002/03**
lezioni: **Giovanni Alberti**
esercitazioni: **Ariela Briani, Vincenzo Tortorelli**

**Programma del corso.** Sono in corsivo gli argomenti non essenziali.

PRIMO MODULO: CALCOLO

1. Funzioni: grafico, surgettività, iniettività. Funzioni reali di una variabile reale: monotonia e convessità, funzioni pari, dispari, periodiche, funzione inversa, interpretazione geometrica.
2. Grafici delle funzioni elementari (potenze, esponenziali, logaritmo, funzioni trigonometriche). Visualizzazione grafica di alcune trasformazioni.
3. Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica; calcolo delle derivate. Relazione con monotonia e convessità; studio qualitativo del grafico di una funzione.
4. Regole di de L'Hôpital. Confronto di esponenziali, potenze e logaritmi (all'infinito ed in zero). Sviluppo di Taylor; applicazioni al calcolo dei limiti di forme indeterminate; sviluppi di Taylor delle funzioni fondamentali.
5. Infiniti ed infinitesimi asintoticamente equivalenti; principio di sostituzione degli infinitesimi; notazione di Landau ("o" piccolo); parte principale e ordine di un infinito e di un infinitesimo.
6. Primitiva di una funzione (integrale indefinito); calcolo delle primitive; primitive delle funzioni razionali.
7. Calcolo dell'area del sottografico tramite la primitiva (integrale definito); l'area di una figura piana come integrale delle lunghezze delle sezioni unidimensionali; il volume di una figura solida come integrale delle aree delle sezioni bidimensionali; lunghezza del grafico di una funzione.
8. Equazioni differenziali del primo ordine: problema di Cauchy ed enunciato del teorema di esistenza ed unicità locale, equazioni a variabili separabili, equazioni lineari del primo ordine (formula risolutiva generale).
9. Equazioni differenziali del secondo ordine: problema di Cauchy ed enunciato del teorema di esistenza ed unicità locale, equazioni lineari (omogenea e non), soluzione delle equazioni omogenee a coefficienti costanti, riduzione dell'ordine, ricerca di una soluzione particolare in alcuni casi speciali.

SECONDO MODULO: ANALISI

10. Numeri reali: reali estesi, massimo e minimo, estremo inferiore e superiore, esistenza di estremo inferiore e superiore.
11. Numeri complessi: interpretazione geometrica, esponenziale complesso, calcolo di potenze e radici di un numero complesso.
12. Definizione di limite di una successione e sue proprietà; convergenza delle successioni monotone e delle successioni di Cauchy; teorema di Bolzano-Weierstrss. Successioni definite per ricorrenza.
13. Teoria degli insiemi: prodotto infinito, insieme delle parti, insieme potenza. Esempi fondamentali: interi, razionali ed algebrici sono numerabili, i reali sono più che numerabili.
14. Definizione di limite di una funzione e sue proprietà; funzioni continue; teorema di esistenza dei valori intermedi; Teorema di Weierstrass.
15. Definizione di derivata. Derivabilità implica continuità. Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy. Dimostrazione delle regole di de L'Hôpital.
16. Integrale secondo Riemann di una funzione limitata e teorema fondamentale del calcolo integrale. Sviluppo di Taylor con resto integrale, di Lagrange e di Peano.

17. Integrali impropri di funzioni positive: criteri di convergenza (confronto asintotico). Serie a termini positivi: criterio del rapporto, della radice, del confronto, dell'integrale. Integrali impropri di funzioni a segno variabile, convergenza e convergenza assoluta. Serie a termini reali: convergenza e convergenza assoluta. Criterio di Leibniz per le serie a segni alterni. *Riordinabilità delle serie.*
18. Serie di potenze: raggio di convergenza, derivabilità.
19. Funzioni convesse.
20. *Dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.*

### Bibliografia

La prima parte del corso (calcolo) non segue un testo preciso, e qualunque libro che spieghi in modo essenziale i concetti base di derivazione ed integrazione va benissimo; sta allo studente individuare quello che gli è più congeniale. Analogo discorso vale per la seconda parte del corso, quella più teorica, anche se per questa c'è un'ampia scelta di testi più o meno complicati, ed ogni studente è libero di adottare quello che preferisce (o che ha già). Un buon testo contenente la parte essenziale del programma è

A. Faedo, L. Modica: *Analisi I. Lezioni.* Edizioni Unicopli, Milano 1992.

Per gli argomenti non contenuti in questo testo, verranno date referenze bibliografiche di volta in volta, oppure degli appunti. Tra i testi più completi segnalo invece i seguenti:

E. Acerbi, G. Buttazzo: *Primo corso di analisi matematica.* Pitagora, Bologna 1997.

E. Giusti: *Analisi Matematica 1* (seconda ed.). Boringhieri, Torino 1988.

G. Prodi: *Analisi Matematica.* Boringhieri, Torino 1970

W. Rudin: *Principi di Analisi Matematica*, McGraw-Hill Italia, Milano 1991.

Gli ultimi due libri indicati, anche se belli, sono decisamente difficili.

### Appelli ed esami

L'esame scritto si consiste di una prima parte con otto domande o semplici problemi a cui rispondere in un'ora senza motivare le risposte, ed una seconda parte con tre o più problemi a cui dare una risposta articolata e motivata in dettaglio (due ore di tempo o più). È necessaria la sufficienza in entrambe le parti. Durante l'anno verranno svolti tre compitini (prove in itinere) che sostituiscono lo scritto. In tutto l'anno accademico sono previsti cinque appelli.