

ANNO ACCADEMICO 2018–19  
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI  
**MATEMATICA**  
**PRIMO SCRITTO — TESTO A**  
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

10 giugno 2019

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata delle funzione  $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$ .

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx.$$

**Esercizio 3.** Trova per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se esistono, le due rette  $r$  e  $s$  di equazione parametrica rispettivamente

$$r : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 2 \\ -\alpha \\ -1 \end{cases} + t \begin{cases} 3 \\ 2\alpha \\ 9 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} -5\alpha \\ 3/2 \\ \alpha + 1 \end{cases} + t \begin{cases} \alpha/3 \\ 2 \\ \alpha \end{cases}$$

sono parallele.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f_1$  il cui dominio sia dato dall'unione delle due semirette aperte  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ ;
- (ii) una funzione  $f_2$  continua e crescente su tutto  $\mathbb{R}$  per cui sia anche vero che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 2$ ;
- (iii) una funzione pari  $f_3$  il cui grafico sia tangente alla retta  $y = 2x$  nel punto  $(1, 2)$ .

4 Nome e cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.** Un museo deve creare tre tipologie di diorami: dell'artico, della savana e della foresta tropicale. La realizzazione di un diorama richiede che vi lavorino contemporaneamente falegnami, pittori e modellisti. Un diorama artico richiede 2 falegnami, 1 pittore e 3 modellisti; un diorama della savana richiede 1 falegname, 2 pittori e 2 modellisti; un diorama della foresta tropicale richiede 2 falegnami, 4 pittori e 3 modellisti. Sapendo che il museo ha alle proprie dipendenze 11 falegnami, 16 pittori e 17 modellisti, e sapendo che ciascuno di loro può lavorare a un solo diorama, quanti diorami di ciascun tipo è in grado di realizzare il museo?

**Esercizio 6.** Stai studiando la crescita di una colonia di panda. Al tempo  $t = 0$ , il numero di individui  $y(0)$  consiste di 10 unità. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione  $y' = (100 - y)t$ .

- (i) Trova la formula esplicita che descrive il numero  $y(t)$  di panda presenti al tempo  $t \geq 0$ .
- (ii) Traccia il grafico della funzione  $y$ , considerando anche valori di  $t$  negativi.
- (iii) Sapendo che ogni panda mangia 3 rami di bambù al giorno, stima (motivando la risposta) quanti rami di bambù possono certamente bastare ad assicurare sufficiente cibo all'intera colonia di panda per 1000 giorni.