

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
APPELLO STRAORDINARIO
RISERVATO A STUDENTI LAVORATORI, FUORI CORSO E
GENITORI
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO
24 aprile 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Trova il dominio e l'immagine della funzione $f(x) = \log(1 - x^2)$, e calcolane la derivata.

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} (\sin x + x^2)(\cos x + 2x) dx.$$

Esercizio 3. Trova tutti i vettori di \mathbb{R}^3 di lunghezza 2 ortogonali al piano π di equazione cartesiana $x - 2y + 4z = 2$.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (a) una funzione f_1 di dominio \mathbb{R} ed immagine $[-2, 2]$;
- (b) una funzione f_2 di dominio \mathbb{R} e tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 1$;
- (c) una funzione f_3 di dominio $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ con $\lim_{x \rightarrow 1^+} f_3(x) = +\infty$.

Esercizio 5. Al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ studia il sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + (\lambda - 1)x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + \lambda x_2 + \lambda x_3 + \lambda x_4 = \lambda, \\ \lambda x_1 + 2(\lambda - 1)x_2 + 2x_3 + 2x_4 = \lambda^2 - 2, \end{cases}$$

e quando possibile calcola le soluzioni in funzione di λ .

Esercizio 6. Risolvi l'equazione differenziale

$$g' = g \cdot (1 - 2x) ,$$

con $g(0) = 100$. Studia poi la funzione $f(x) = x \cdot g(x)$ arrivando a tracciarne un grafico. Per quali valori di x la funzione f assume il suo minimo assoluto? E il suo massimo assoluto?