

ANNO ACCADEMICO 2017-18  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**  
**QUINTO SCRITTO**

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

11 febbraio 2019

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{\log(x)} .$$

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^{e-1} \frac{x^2}{x+1} dx.$$

**Esercizio 3.** Esiste un valore di  $k \in \mathbb{R}$  per cui i piani di equazione cartesiana rispettivamente  $2x - y + 3z = 2k$  e  $4x - ky + 6z = 3$  siano paralleli? Se pensi che la risposta sia affermativa, determina per quali  $k$ ; se pensi la risposta sia negativa, spiega perché.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f_1$  continua su  $\mathbb{R}$  ed avente in  $x = -1$  ed  $x = 1$  due punti di minimo.
- (ii) una funzione  $f_2$  definita e continua su  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  e tale che la sua immagine sia  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- (iii) una funzione  $f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e pari tale che la retta  $y = 4x$  sia tangente al grafico di  $f_3$  nel punto  $x_0 = 2$ .

4 Nome e cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.** Al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + 2z + w = 1, \\ x + ky - z - w = 5, \\ -x + z + w = k. \end{cases}$$

**Esercizio 6.** In assenza di medicinali, una colonia di batteri che inizialmente conta 10 individui si evolve seguendo l'equazione differenziale

$$B'(t) = 2B(t),$$

dove  $B(t)$  denota il numero di batteri presenti al tempo  $t$  (misurato in ore). Dopo 9 ore viene somministrato un opportuno antibiotico e da quel momento la popolazione di batteri subisce una decrescita che segue l'equazione

$$B'(t) = -tB(t),$$

dove  $t$  misura (in ore) il tempo seguente la somministrazione del medicinale. Determina:

- i) L'espressione esplicita della funzione  $B(t)$ , quando il tempo  $t$  è misurato a partire dalla somministrazione dell'antibiotico;
- ii) Dopo quanto tempo dalla somministrazione la popolazione di batteri ritorna alle 10 unità iniziali.