

ANNO ACCADEMICO 2016–17  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**  
**SECONDO SCRITTO — TESTO A**  
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

10 luglio 2017

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

Corso di studio \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \sin(\log(x^2 + 1)),$$

dove il simbolo  $\log(y)$  denota il logaritmo naturale di  $y$ .

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{5/2}^{7/2} (2x - 5)^7 dx.$$

**Esercizio 3.** Possono esistere 5 numeri  $x_1, \dots, x_5$  tutti compresi fra 2 e 7 la cui media (aritmetica) sia 8? Se pensi che la risposta sia affermativa fai un esempio; se pensi che la risposta sia negativa spiega perché.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f$  con dominio tutto  $\mathbb{R}$  tale che la sua immagine sia la semiretta chiusa  $[-1/2, +\infty)$ ;
- (ii) una funzione  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con immagine  $[-2, 2]$  e tale che  $g(x) = 0$  se e soltanto se  $x$  è un intero pari ( $x = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$ );
- (iii) una funzione  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tangente in  $x = 0$  alla retta di equazione  $y = x$ , e tale che  $h(1) = h(2) = 0$ .

4 Nome e cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.** Sei il proprietario (o la proprietaria) di una catena di tre negozi di abbigliamento, uno a Livorno, uno a Massa e uno a Pisa, specializzata nella vendita di esattamente tre capi di vestiario: jeans unisex, calzini monocromatici e magliette bianche di cotone. Un tuo consulente di marketing ha stabilito che, in media, ogni giorno il negozio di Livorno vende 1 jeans, 2 calzini e 3 magliette; il negozio di Massa 3 jeans, 1 calzino e 2 magliette; il negozio di Pisa 5 jeans, 5 calzini e 1 maglietta. Un tuo consulente finanziario ti informa che per guadagnare abbastanza senza pagare troppe tasse il negozio di Livorno deve incassare ogni giorno 130 euro, quello di Massa 200 euro e quello di Pisa 320 euro. A che prezzo (lo stesso in tutti i negozi) devi vendere jeans, calzini e magliette in modo che le vendite stabilite dal consulente di marketing permettano di realizzare esattamente gli incassi indicati dal consulente finanziario?

**Esercizio 6.** Uno studio effettuato nelle risaie del basso pavese ha rivelato che la percentuale  $p$  di piantine di riso che arrivano a maturazione dipende dai centimetri  $x$  di pioggia caduti nell'inverno precedente secondo la funzione

$$p(x) = 50 e^{(x-1)/x^2} .$$

- (i) Studia la funzione  $p$  anche per valori negativi di  $x$  (utili in caso di siccità) arrivando a disegnarne un grafico approssimato.
- (ii) Quale quantità di pioggia assicura il massimo raccolto? Esiste una quantità di pioggia che impedisce completamente la maturazione delle piantine di riso? Se durante l'inverno precedente ha piovuto ininterrottamente, quale percentuale di piantine ti aspetti che maturi?