

ANNO ACCADEMICO 2014–15  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI  
**MATEMATICA**  
**PRIMO SCRITTO — TESTO B**  
PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

8 giugno 2015

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Determina, motivando la risposta, se la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = e^{1+\log(1+x^2)}$$

è surgettiva.

**Esercizio 2.** Calcola la derivata della funzione

$$f(t) = \sqrt{\frac{\arctan t}{\log(t^2 + 1)}}.$$

**Esercizio 3.** Scrivi un esempio di un sistema lineare di due equazioni in tre incognite che ammetta un piano di soluzioni.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio

- (i) di una funzione definita su tutto  $\mathbb{R}$ , periodica di periodo 5, e avente valore massimo pari a 3;
- (ii) di una funzione continua definita su tutto  $\mathbb{R}$  e non derivabile in  $x_0 = 2$ ;
- (iii) di una funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , crescente, sempre positiva, con  $f(0) = 2$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ .

**Esercizio 5.** L'energia  $E(v)$  che il parrocchetto ondulato (*Melopsittacus undulatus*, un pappagallino di origine australiana) spende per mantenersi in volo alla velocità  $v$  può essere descritta dalla formula

$$E(v) = \frac{1}{v} \left( \frac{1}{3}(v - 35)^2 + 125 \right).$$

- (i) Studia la funzione  $E$ , anche per valori negativi di  $v$ .
- (ii) Determina, se esiste, un valore  $v_0 > 0$  per cui l'energia spesa per mantenersi in volo a quella velocità è minima, e poi calcola l'energia totale spesa dal parrocchetto per volare dalla velocità  $v_0$  alla velocità  $v_1 = 50$ .

**Esercizio 6.** Determina, al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$ , la mutua posizione fra la retta  $r$  passante per i punti  $A = (1, -1, 1)$  e  $B = (0, 1, 0)$  e la retta  $s$  di equazioni cartesiane  $\begin{cases} x - y + z = 3, \\ 2x + hy - z = 0. \end{cases}$  .