

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE GEOLOGICHE
MATEMATICA
QUINTO SCRITTO — TESTO A
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO
10 febbraio 2020

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il dominio e la derivata delle funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x-1}{2-x} \right).$$

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^1 x(1-x^2)^{10} dx.$$

Esercizio 3. Siano X_1 ed X_2 due variabili discrete indipendenti che possono assumere valori 0, 1, 2 con probabilità

$$P(X_1 = 0) = P(X_2 = 0) = 1/8,$$

$$P(X_1 = 1) = P(X_2 = 1) = 3/8,$$

$$P(X_1 = 2) = P(X_2 = 2) = 1/2.$$

Calcola $P(X_1 + X_2 \geq 2X_1)$.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- 1) una funzione f_1 continua su tutto \mathbb{R} per cui si abbia $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = 3$;
- 2) una funzione quadratica f_2 il cui grafico sia tangente alla retta $y = x$ nel punto $(1, 1)$;
- 3) una funzione f_3 continua su tutto \mathbb{R} con $x = 0$ e $x = 1$ come punti di massimo globale.

Esercizio 5. Una fabbrica produce 2 tipi di apparecchi: televisori per $\frac{2}{3}$ e stampanti per il restante $\frac{1}{3}$. Tra tutti gli apparecchi prodotti, l'80% risulta funzionante, con $\frac{3}{4}$ degli apparecchi funzionanti che sono televisori.

- 1) Al dipendente dell'ufficio reclami, arriva una telefonata di lamentela di un cliente che ha ricevuto un prodotto (televisore o stampante) difettoso. Calcola la probabilità che la telefonata riguardi un televisore non funzionante.
- 2) In una giornata tipo, l'operatore dell'ufficio reclami riceve 5 telefonate. Supponendo che il numero di telefonate ricevute al giorno sia una variabile di Poisson, calcola la probabilità di ricevere meno di 3 telefonate in una giornata di lavoro.

Esercizio 6. Una popolazione di anguille evolve nel tempo secondo il modello

$$A(t) = k_1 e^{k_2 t - t^2},$$

dove k_1 e k_2 sono due costanti e $A(t)$ fornisce il numero di anguille al tempo t . Sappiamo che $A(0) = 10$. Inoltre, vale la seguente relazione differenziale

$$A' = A \cdot (1 - 2t),$$

che lega la funzione A alla sua derivata prima A' .

- 1) Trova il valore delle costanti k_1 e k_2 .
- 2) Studia la funzione A , arrivando a tracciarne il grafico.