

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
TERZO COMPITINO — TESTO B
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

3 giugno 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi^2} \cos\left(\frac{x}{\pi}\right) dx.$$

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{\cos(t)} dt.$$

Esercizio 3. Trova per quale valore di k la funzione $f_k(x) = \sqrt{1+x^k}$ risolve l'equazione

$$y' = \frac{3x^5}{y}.$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Un filo di lana di lunghezza 1 m viene unto con un olio a concentrazione non uniforme: se x è la distanza da un estremo del filo, la concentrazione di olio in quel punto vale $C(x) = x - x^2$ g/m.

- (a) Calcola il quantitativo totale di olio presente sul filo.
- (b) Calcola quanto vale in media la concentrazione di olio sul filo.

4 Nome e cognome _____ Matricola _____

Esercizio 5. Stai studiando la crescita di una popolazione di funghi. Al tempo $t = 0$, il numero di funghi $f(0)$ è approssimabile a 10 unità. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione $2f \cdot f' = t e^t$. Trova la formula esplicita che descrive il numero $f(t)$ di funghi presenti al tempo $t \geq 0$. Traccia poi il grafico della funzione f , considerando anche valori di t negativi.

Esercizio 6. Trova tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$4y'' - 16y' + 7y = 0.$$