

ANNO ACCADEMICO 2018–19  
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI  
**MATEMATICA**  
**COMPITINO DI RECUPERO — TESTO A**  
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO  
**11 febbraio 2019**

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**Corso di laurea:** *Scienze Naturali e Ambientali*

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Due negozi di elettrodomestici oggi vendono lo stesso televisore allo stesso prezzo  $x$ . Domani il primo negozio alza il prezzo del televisore del 10%, mentre il secondo negozio lo abbassa del 10%; giovedì il primo negozio interviene di nuovo abbassando il prezzo di 10 euro, mentre il secondo negozio interviene di nuovo alzando il prezzo di 10 euro. Se il venerdì i due negozi vendono il televisore nuovamente allo stesso prezzo, qual'era il prezzo  $x$  iniziale?

**Esercizio 2.** Esiste un valore di  $k \in \mathbb{R}$  per cui i piani di equazione cartesiana rispettivamente  $2x - y + 3z = 2k$  e  $4x - ky + 6z = 3$  siano paralleli? Se pensi che la risposta sia affermativa, determina per quali  $k$ ; se pensi la risposta sia negativa, spiega perché.

**Esercizio 3.** La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  è invertibile? Se sì, determina la funzione inversa; se no, spiega perché non lo è.

## SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Alle elezioni comunali di un piccolo comune della campagna toscana si presentano sempre due soli partiti, il Partito dei Vignaioli (PV) e il Partito dei Limonai (PL). Le campagne elettorali sono sempre molto combattute, per cui tutti gli aventi diritto vanno sempre a votare.

- (i) Nelle elezioni del 2007 il PV ha ricevuto 800 voti, il PL ha ricevuto 700 voti e ci sono state 500 schede bianche o nulle. Calcola la percentuale di voti ricevuti da PV e PL.
- (ii) Nelle elezioni del 2011 sono andate a votare 2400 persone, il PV ha ottenuto il 50% dei voti e il PL ha ottenuto il 30% dei voti. Calcola il numero di schede bianche o nulle in queste elezioni.
- (iii) Un esame più accurato delle schede delle elezioni del 2011 ha mostrato che mentre la percentuale di voti attribuita al PV era esatta, la percentuale di voti ottenuti da PL era stata calcolata con un errore assoluto di 5 punti percentuali: scrutatori avvinazzati avevano confuso schede bianche o nulle e schede con voto valido per il PL. Calcola l'errore relativo nel numero di schede bianche o nulle in queste elezioni.
- (iv) Nel 2015, rispetto al 2011 la percentuale di voti ottenuti da PV è aumentata di 10 punti percentuali. Eppure il numero assoluto di voti ricevuti da PV nel 2015 è identico al numero di voti che aveva ricevuto nel 2011 come calcolato nel punto (ii). Determina quante persone sono andate a votare nel 2015.

**Esercizio 5.**

- (a) Scrivi un'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per il punto  $A = (1, 1, -1)$  e ortogonale alla retta  $r$  di equazione parametrica

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Scrivi un'equazione cartesiana del piano  $\beta$  passante per il punto  $B = (1, 0, 1)$  e contenente la retta  $r$ .
- (c) Scrivi delle equazioni parametriche della retta ottenuta come intersezione dei piani  $\alpha$  e  $\beta$ .

**Esercizio 6.** Al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + 2z + w = 1, \\ x + ky - z - w = 5, \\ -x + z + w = k. \end{cases}$$